6.2 大数定理

定理6.2.1 马尔可夫不等式 假设是一个随机变量且满足. 则对于每一个实数,

定理6.2.2 切比雪夫不等式 设是一个随机变量且存在. 则对于每一个,

定理6.2.3 样本均值的期望和方差 设是来源于期望为, 方差为分布的一组样本. 设是样本均值. 则, .

对施加切比雪夫不等式，根据公式(6.2.3)得到

定义6.2.1 概率收敛 一组随机变量的在概率上收敛于b仅当对于每一个值,满足

这种属性被定义为，有时也被简单的称为在概率上收敛于b.

定理6.2.4 大数定理 假设构成了某个期望为, 方差有限的分布的样本空间. 设是样本均值. 则

定理6.2.5 随机变量的连续函数 如果, 假设函数在处连续，则.

定理6.2.6 直方图 设是一组i.i.d.随机变量. 设是两个常数. 当，，否则. 则与位于区间的个数成正比，且.

6.3 中心极限定理

定理6.3.1 中心极限定理（Lindeberg和Levy）如果随机变量构成了任意给定分布大小为n随机样本，该分布的均值, 方差为, 则对于每一个

其中表示标准正态分布的c.d.f.

定义6.3.1 分布/渐近分布的收敛性 设是一组随机变量，其中 设为的c.d.f. 同样，设是一个c.d.f. 则称序列分布收敛于当且

定理6.3.2 Delta方法 设是一组随机变量，设是一个连续c.d.f. 设是一个实数，设是一组递增到无穷大的正数. 假设分布收敛至. 设是导数连续的函数且. 则分布收敛至.

推论6.3.1 随机样本平均值的Delta方法 设是一组独立随机变量，其分布均值为, 方差为. 设是导数连续的函数且. 则

渐进分布是标准正态分布.

我们现在将中心极限定理应用到一组随机变量，假设这些随机变量是独立但不一定是相同分布. 假设，，. 设

则.

定理6.3.3 假设随机变量是独立的并且. 同样假设

最后，我们设随机变量如公式(6.3.8)中定义. 则对于每一个固定值x,

定义6.3.4 假设随机变量是独立的并且是参数为的伯努利分布. 假设无穷级数是发散的，设

则对于每一个固定值x,